



# 计算机科学导论

---

孙晓明

中国科学院计算技术研究所

2022-3-25



# 问题

---

- 4个变量的布尔函数一共有多少个？
- 1) 8
- 2) 16
- 3) 32
- 4) 65536



# 思考题

- 问题：  $n$  名同学围成一圈，每个人随机的分配一顶红色或者蓝色的帽子，要求所有人同时猜出自己帽子的颜色。请设计一种策略，使得同时猜对的概率最高。



# 思考题

- 问题：  $n$  名同学围成一圈，每个人随机的分配一顶红色或者蓝色的帽子，要求所有人同时猜出自己帽子的颜色。请设计一种策略，使得同时猜对的概率最高。



$$x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n = 0$$

# 算盘

~2400 BC, 巴比伦



一下五去四  
二下五去三  
三下五去二  
.....

六去四进一  
七去三进一



清明上河图中的算盘

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 3 | 6 | 9 | 1 | 2 | 1 | 8 | 2 | 2 |
| 0 | 4 | 8 | 1 | 2 | 6 | 2 | 4 | 2 | 8 |
| 0 | 5 | 1 | 0 | 5 | 2 | 3 | 0 | 3 | 5 |
| 0 | 6 | 1 | 1 | 8 | 2 | 3 | 6 | 4 | 2 |
| 0 | 7 | 1 | 4 | 1 | 8 | 3 | 5 | 4 | 9 |
| 0 | 8 | 1 | 6 | 2 | 4 | 4 | 8 | 5 | 6 |
| 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

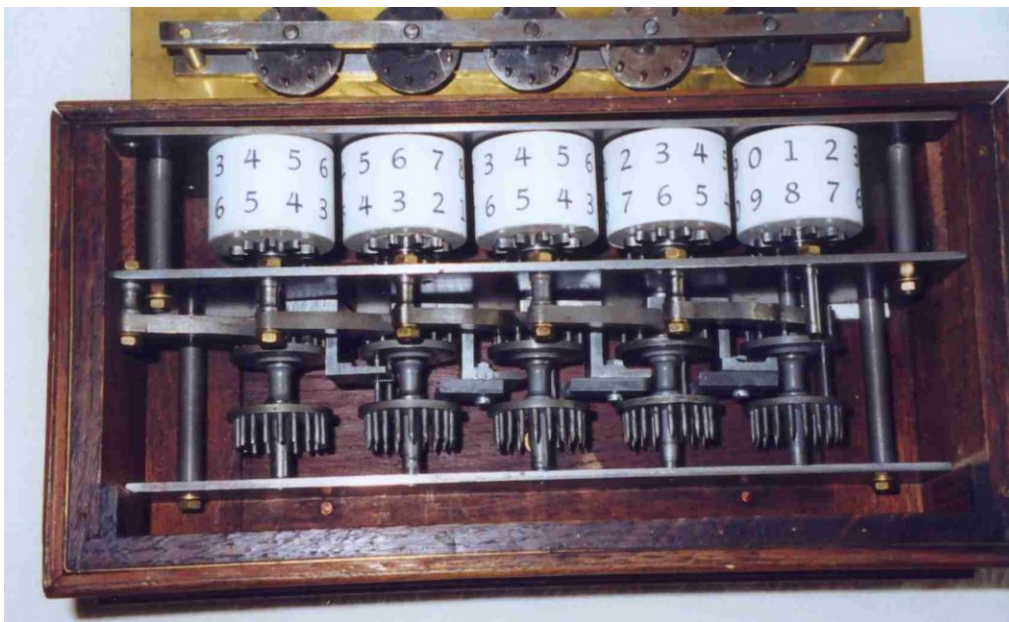
|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 7 | 0 | 9 | 1 | 2 | 3 |
| 9 | 0 | 9 | 0 | 3 | 0 | 4 | 1 |
| 3 | 3 | 6 | 1 | 2 | 1 | 6 | 4 |
|   | 2 | 7 | 6 |   |   |   |   |



John Napier  
1550-1617

# 帕斯卡：第一台机械式加法器 (1642)

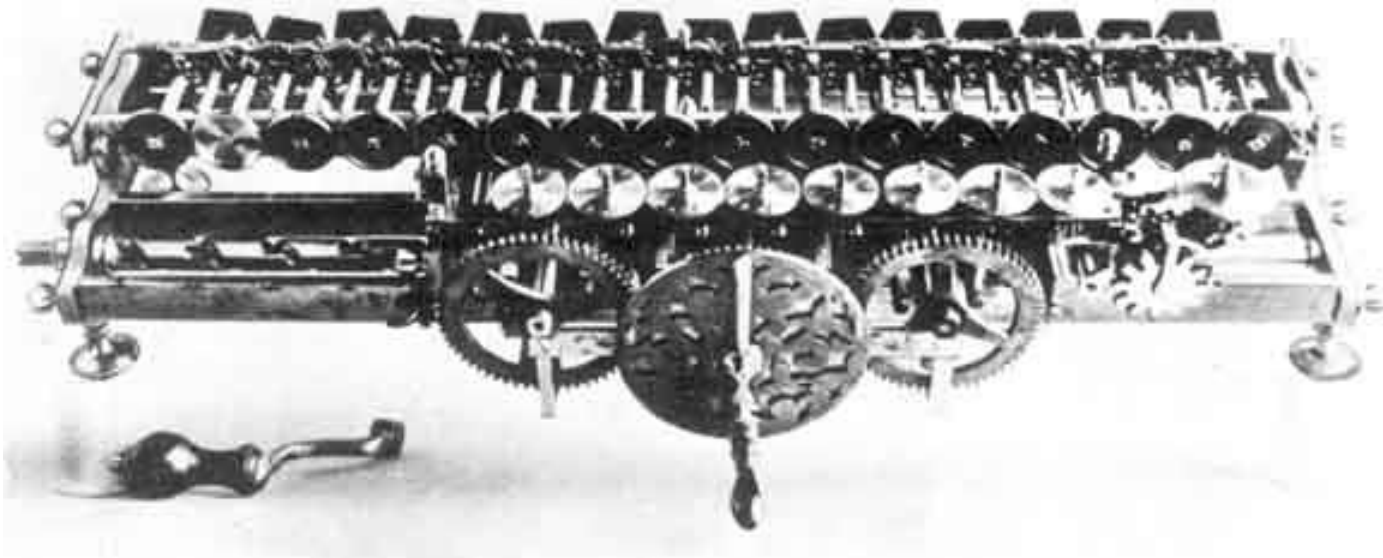
- 动机：“帮父亲计算税款”
- 核心：自动进位



Blaise Pascal  
1623-1662

# 莱布尼兹：乘法自动计算机（1673）

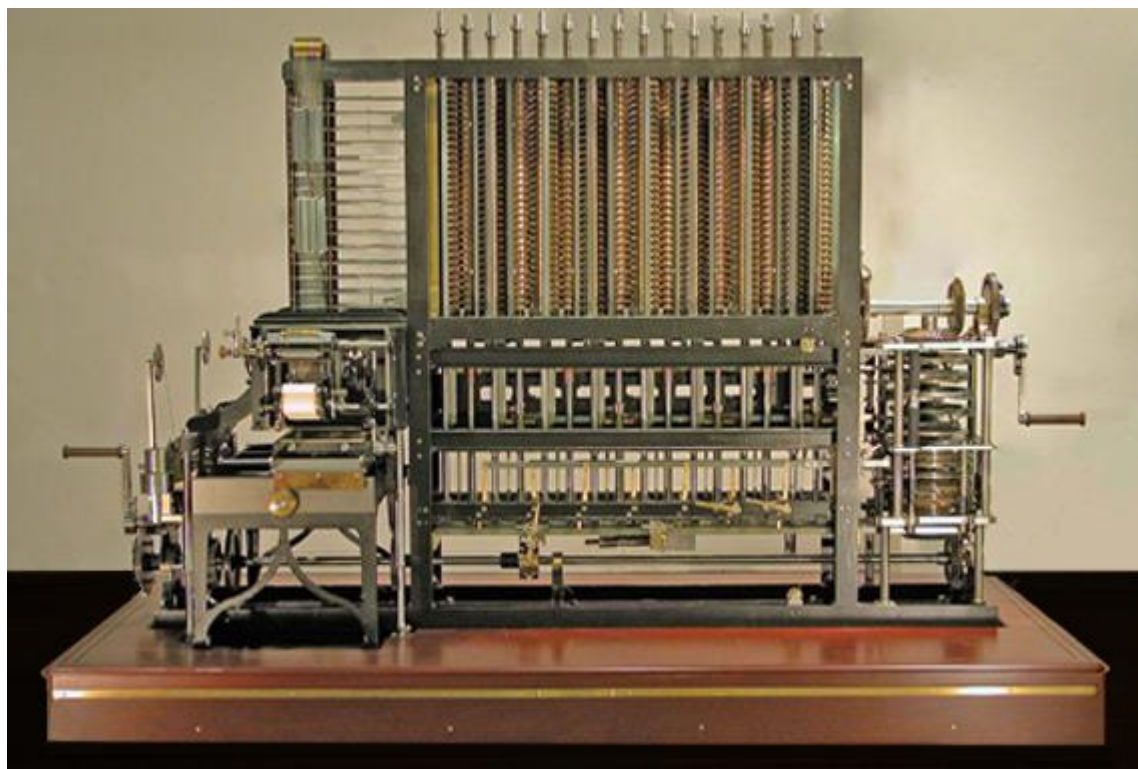
- 思想：“可以用机械替代人进行繁琐重复的计算工作”



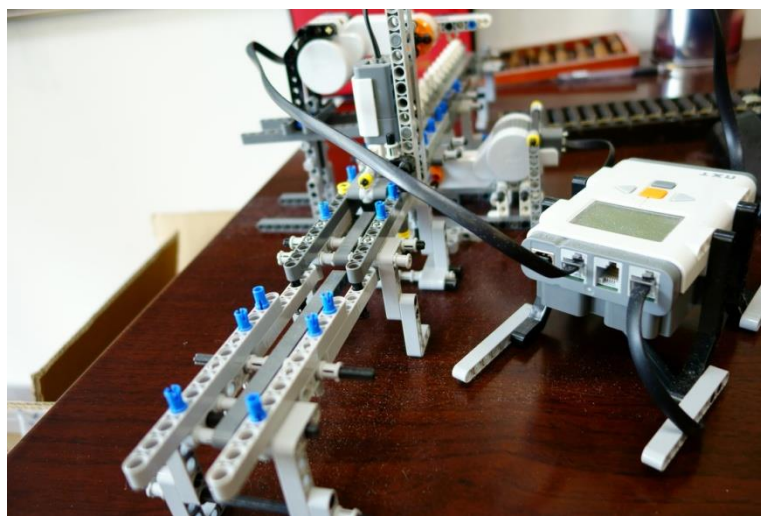
Gottfried Leibniz  
1646-1716

# 巴贝奇：差分机（1837）

- 动机：编制航海、天文用表时，需要大量的人工劳动

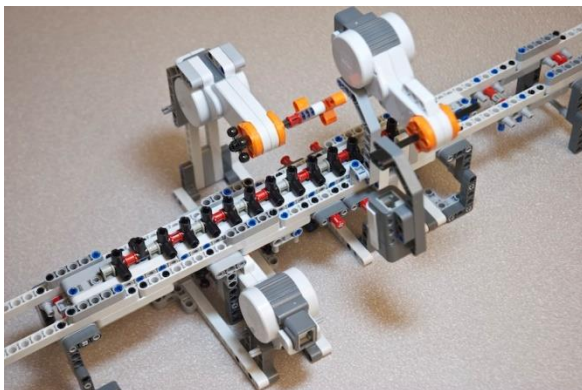
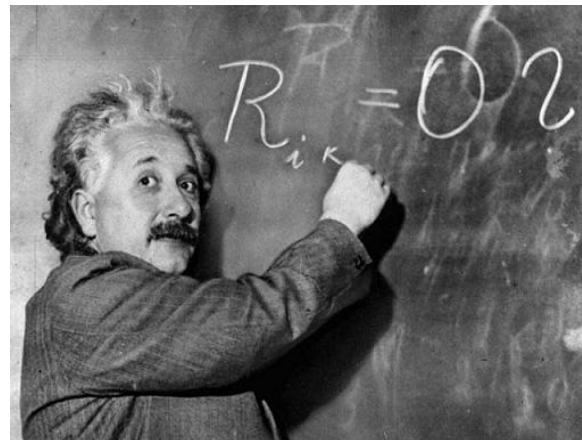


Charles Babbage  
1792—1871



卜东波  
中科院计算所

# 计算装置

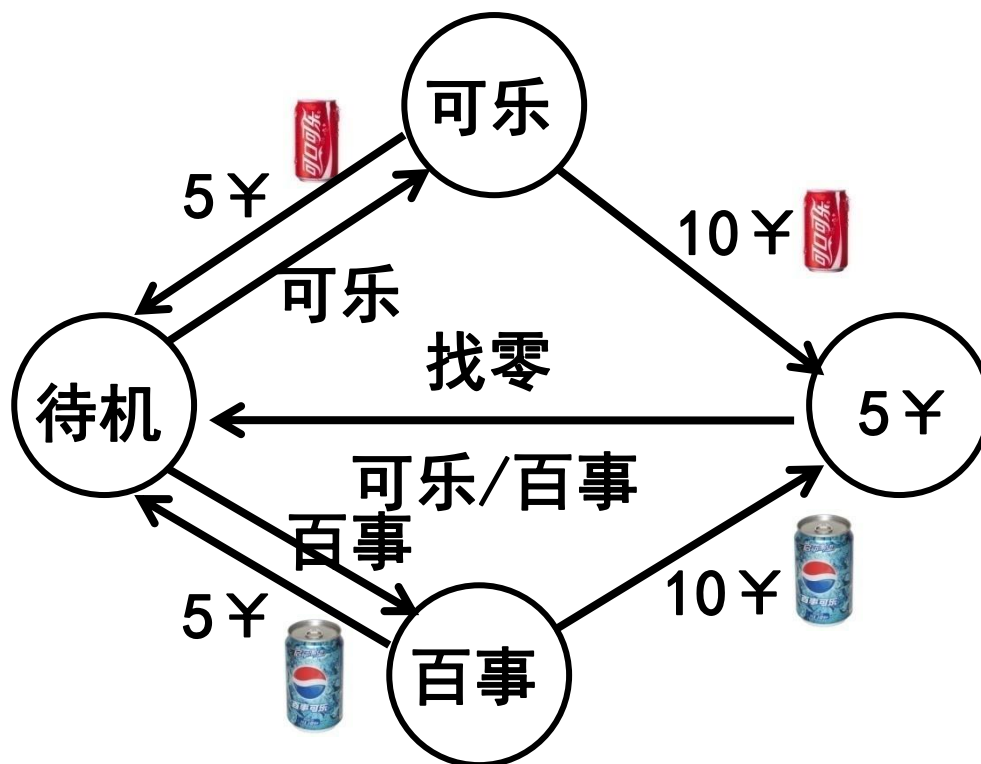




# 图灵机

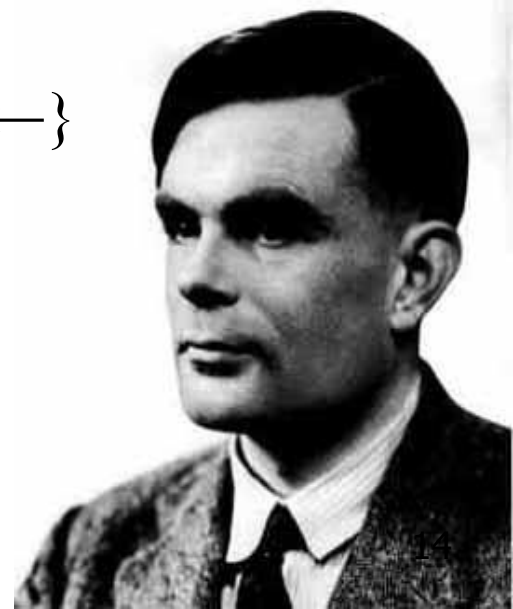


# 自动售卖机



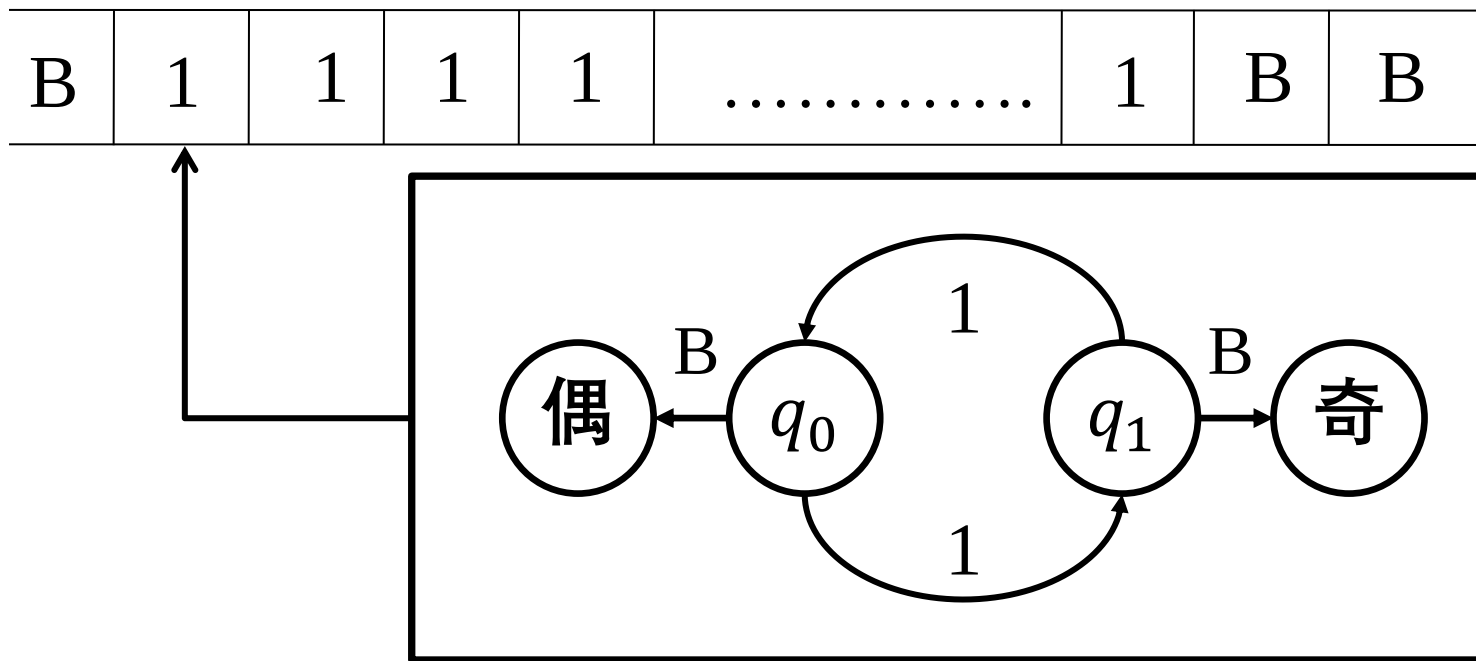
# 图灵机

- 图灵机是一个七元组,  $\{Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}}\}$ , 其中  $Q, \Sigma, \Gamma$  都是有限集合,
  - 状态集合  $Q$ ;
  - 输入字母表  $\Sigma$ ;
  - 带字母表  $\Gamma$ , 其中  $B \in \Gamma$ ;
  - 转移函数:  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{\rightarrow, \leftarrow\}$
  - 起始状态  $q_0 \in Q$ ;
  - 接受状态  $q_{\text{accept}}$ ;
  - 拒绝状态  $q_{\text{reject}}$ 。



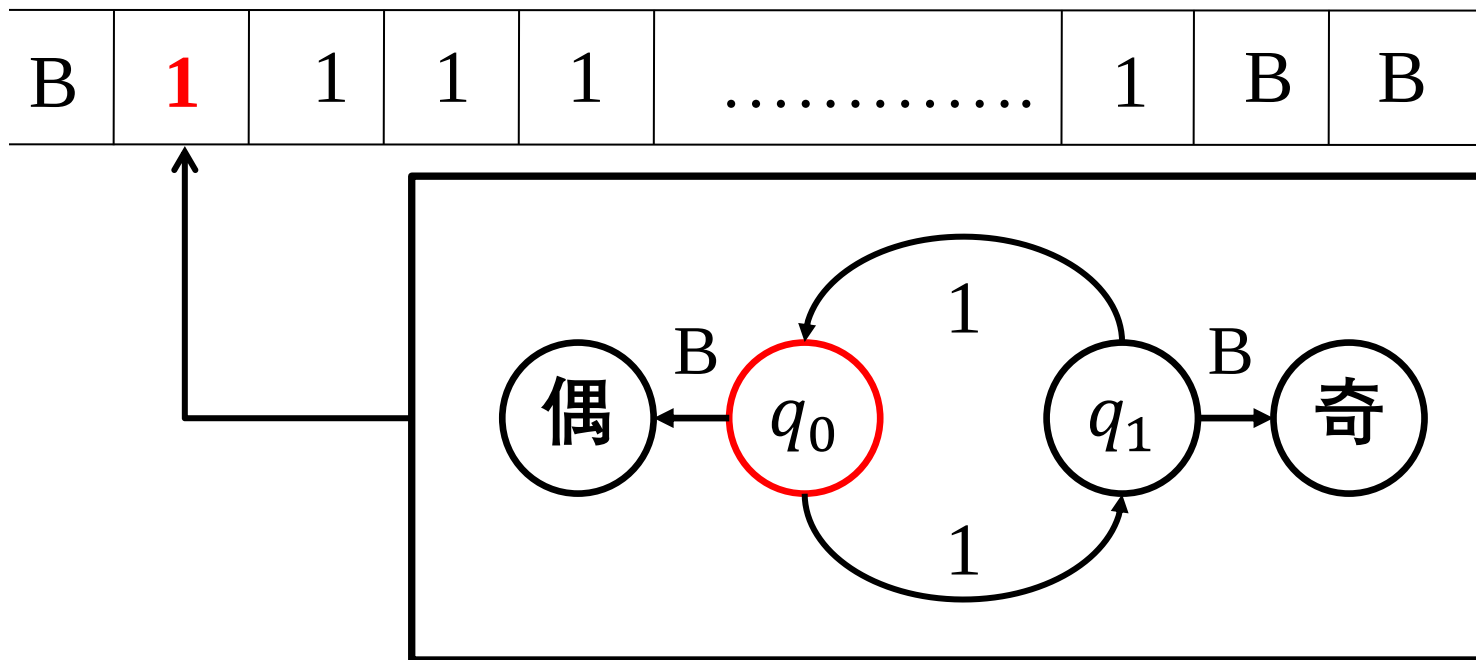
# 例1

- 输入：一串1...1，判断有奇数个还是偶数个。



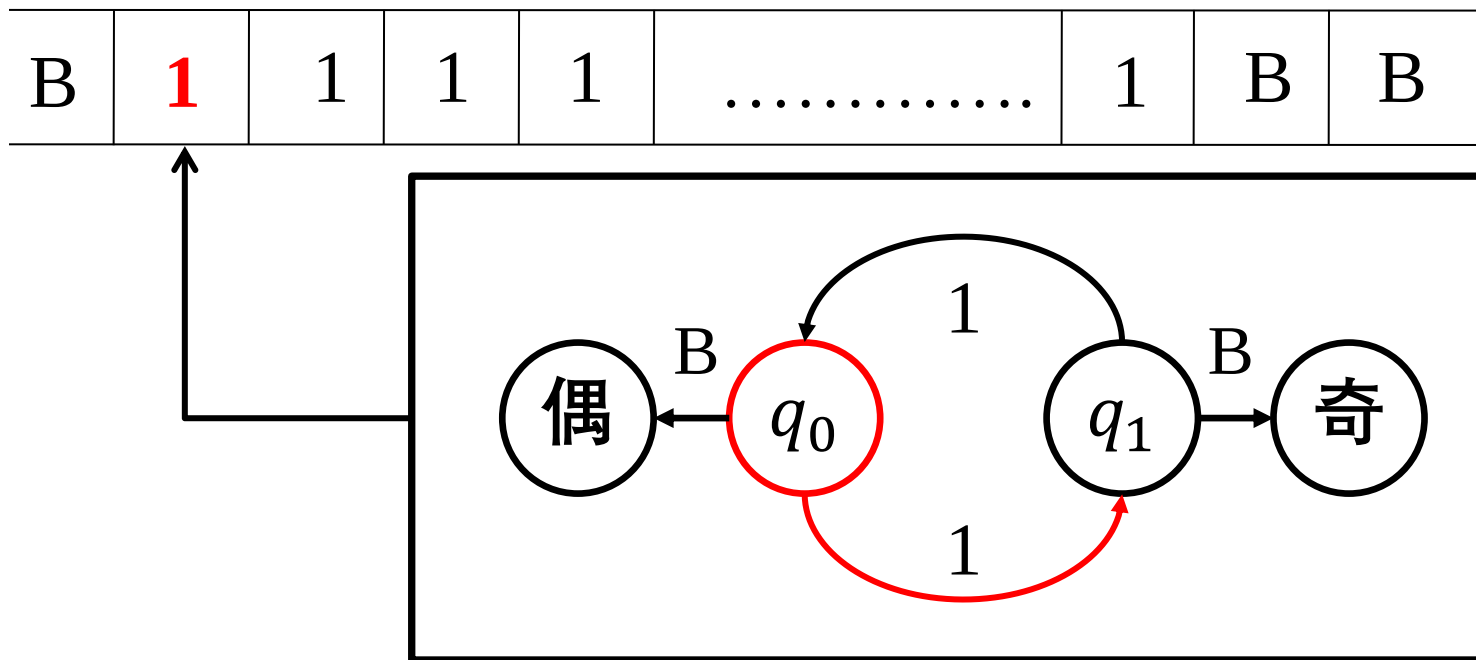
# 例1

- 输入：一串1...1，判断有奇数个还是偶数个。



# 例1

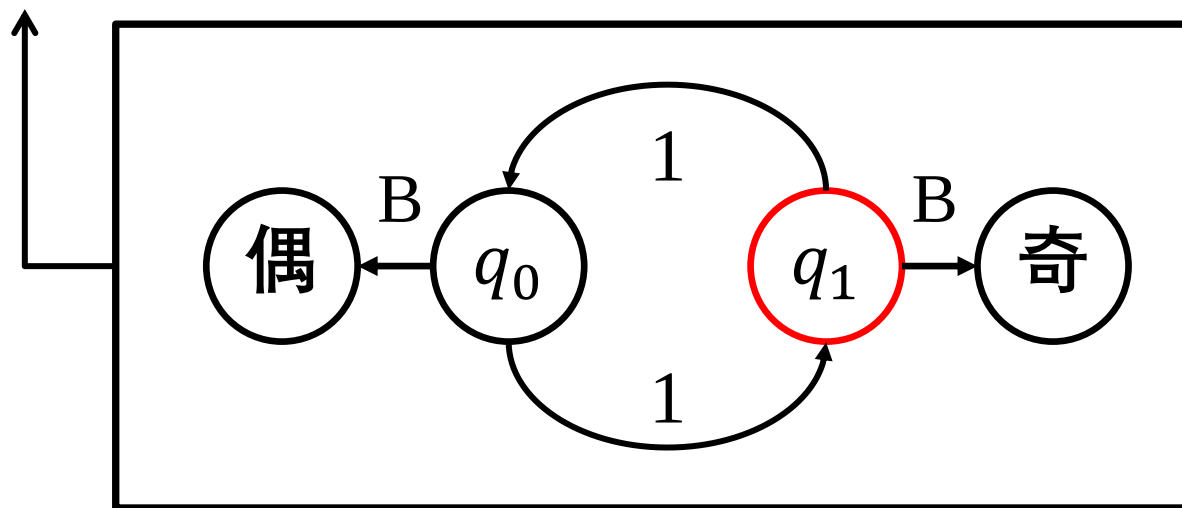
- 输入：一串1...1，判断有奇数个还是偶数个1。



# 例1

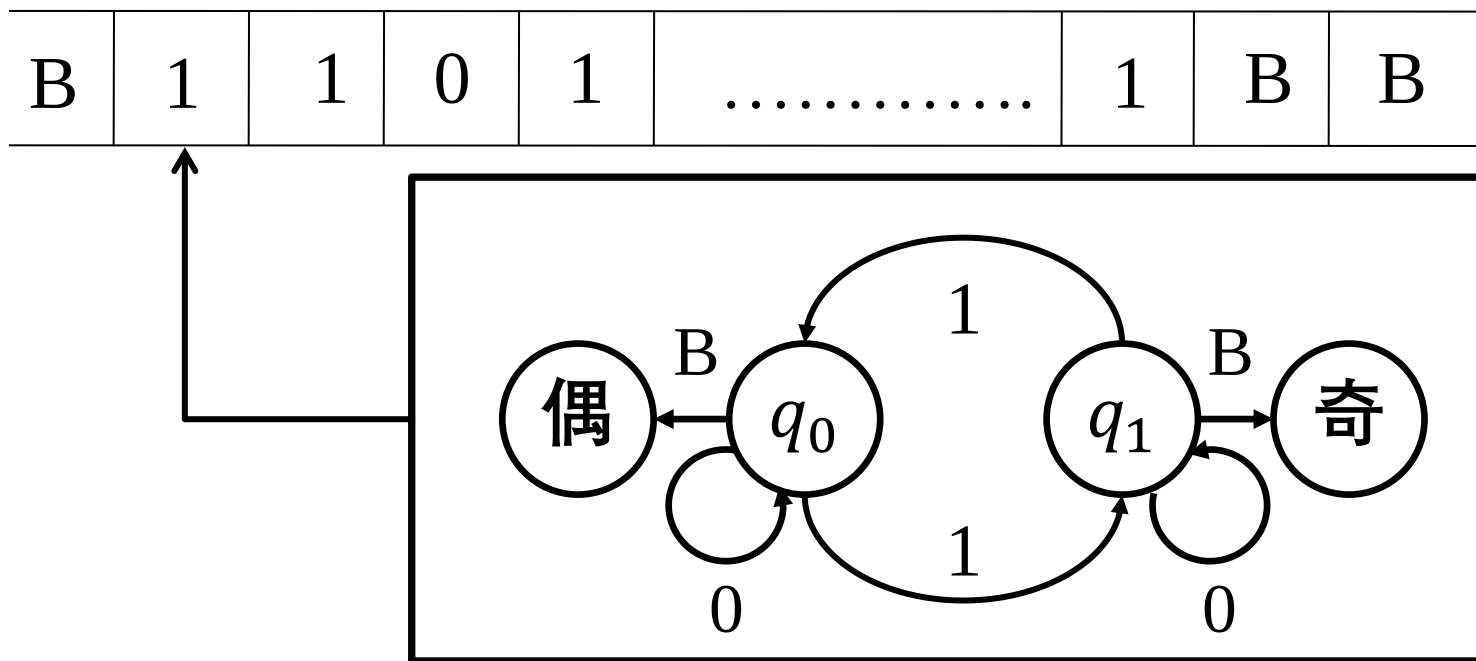
- 输入：一串1...1，判断有奇数个还是偶数个1。

|   |   |   |   |       |   |   |   |
|---|---|---|---|-------|---|---|---|
| B | 1 | 1 | 1 | ..... | 1 | B | B |
|---|---|---|---|-------|---|---|---|



## 例2

- 输入：11010011...111，判断有奇数还是偶数个1。

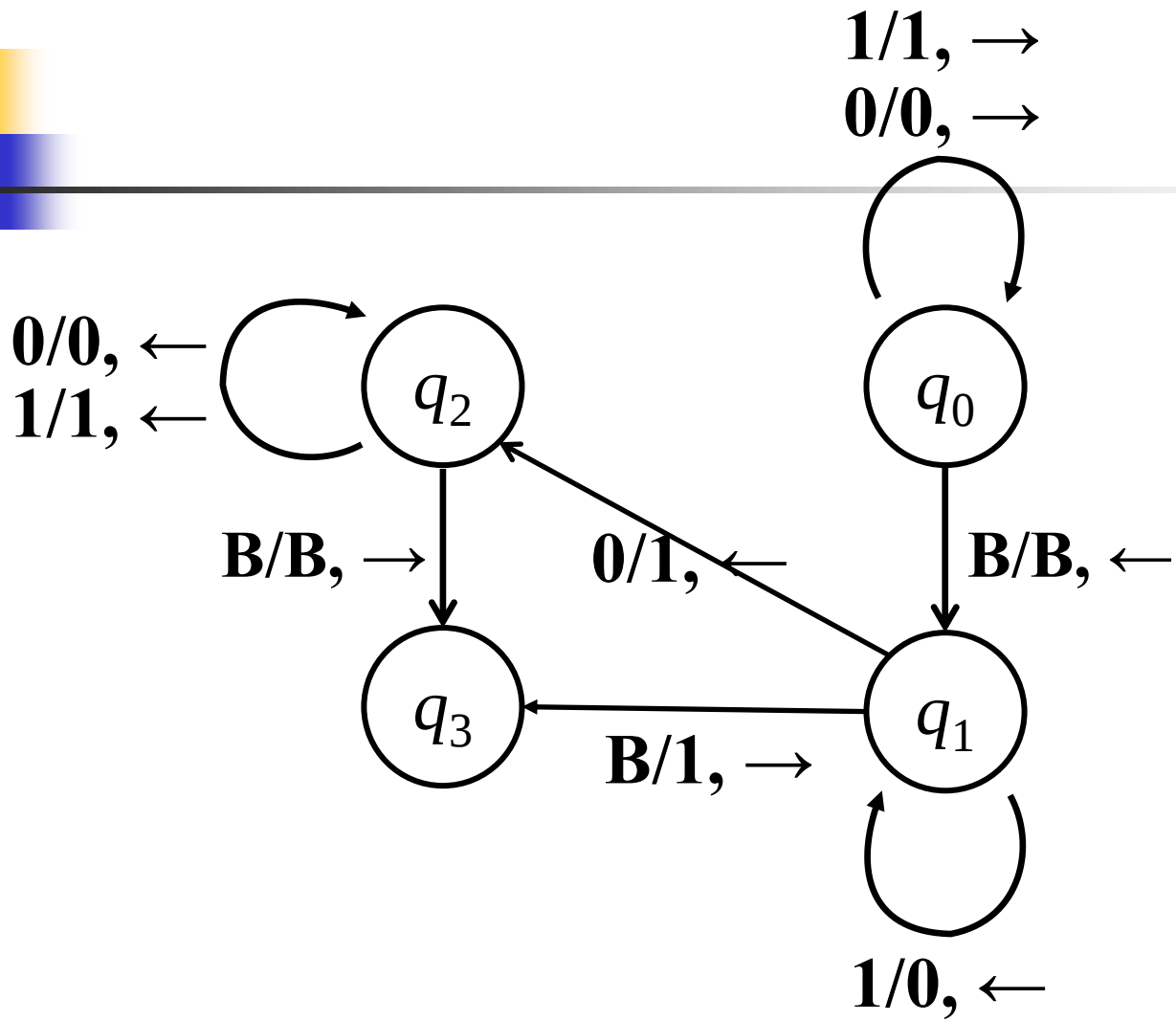
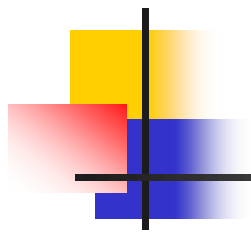




## 例3

---

- 输入：一个二进制数 $1101\dots101$ ，将其加1。

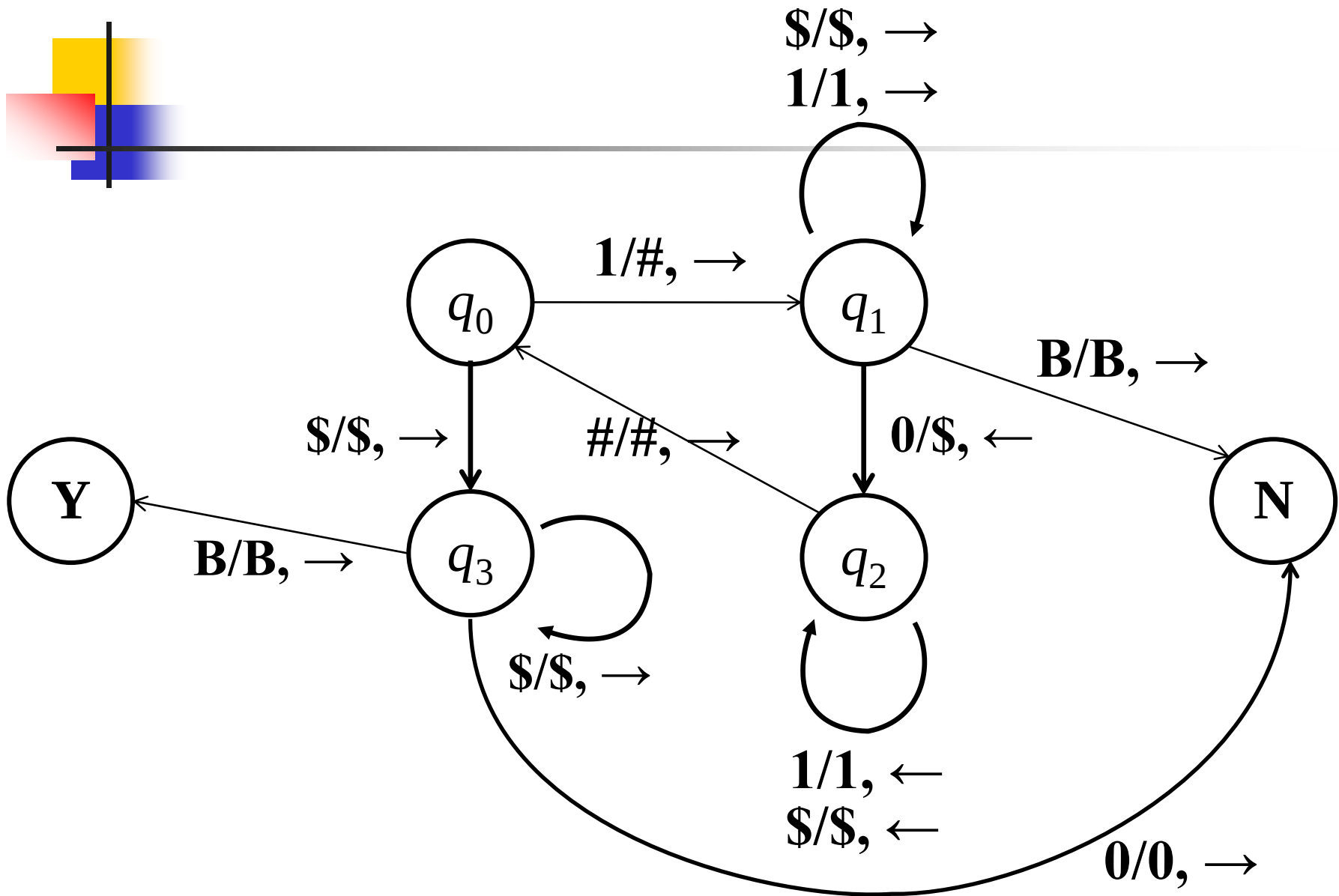
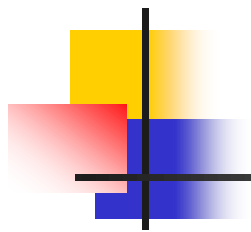




## 例4

---

- 输入：111...11000...00，判断1和0的个数是否相等？





- 转移规则:

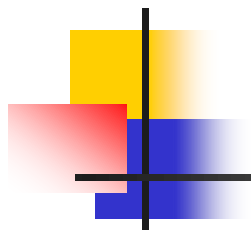
- $(q_0, 1) \rightarrow (q_1, \#, R), (q_0, \$) \rightarrow (q_3, \$, R)$
- $(q_1, 1) \rightarrow (q_1, 1, R), (q_1, \$) \rightarrow (q_1, \$, R), (q_1, 0) \rightarrow (q_2, \$, L), (q_1, B) \rightarrow (q_{\text{reject}}, B, N)$
- $(q_2, 1) \rightarrow (q_2, 1, L), (q_2, \$) \rightarrow (q_2, \$, L), (q_2, \#) \rightarrow (q_0, \#, R)$
- $(q_3, \$) \rightarrow (q_2, \$, R), (q_3, 0) \rightarrow (q_{\text{reject}}, 0, R), (q_3, B) \rightarrow (q_{\text{accept}}, B, R)$



## 思考题

---

- 上面的图灵机判断  $1^n0^n$  需要花费  $\sim 2n^2$  的时间，是否能够做的更快？



谢谢！